

НЕФТЕГАЗОВЫЙ ИНЖИНИРИНГ

**СПРАВОЧНИК
ИНЖЕНЕРА-НЕФТЯНИКА
ТОМ I**

**ВВЕДЕНИЕ
В НЕФТЯНОЙ
ИНЖИНИРИНГ**



Оглавление

От редакционного совета серии	xxi
Биографические справки	xxiii
Предисловие	xxv
Введение	xxvii
ГЛАВА 1. Основы теории колебаний	1
1.1. Введение	1
1.1.1. Пределы	2
1.1.2. Производные	3
1.1.3. Решение дифференциальных уравнений	6
1.2. Вводные рассуждения о колебаниях	7
1.3. Понятия теории колебаний	7
1.4. Распространение волн	10
1.4.1. Типы волн	10
1.5. Поведение волн	11
1.5.1. Частоты собственных колебаний и собственный резонанс	12
1.5.2. Затухание	13
1.6. Эквивалентные пружины	15
1.7. Граничные и начальные условия	15
1.8. Механические колебания	16
1.9. Система с одной степенью свободы	18
1.9.1. Свободные незатухающие колебания	18
1.9.2. Свободные затухающие колебания	20
1.9.3. Вынужденные незатухающие колебания	24
1.9.4. Вынужденные затухающие колебания	27
1.10. Системы с двумя степенями свободы	29
1.10.1. Система свободных незатухающих колебаний с двумя степенями свободы	29
1.10.2. Система свободных затухающих колебаний с двумя степенями свободы	34
1.10.3. Система вынужденных затухающих колебаний с двумя степенями свободы	39
1.10.4. Системы со многими степенями свободы	39

1.11.	Непрерывные системы	40
1.12.	Отражение волн от различных геометрических границ	42
ГЛАВА 2. Основы теории течения жидкостей 52		
2.1.	Введение	52
2.2.	Дифференциальные уравнения в частных производных	52
2.2.1.	Уравнение неразрывности	52
2.2.2.	Дифференциальные уравнения в частных производных	54
2.2.3.	Одномерное уравнение конвекции/диффузии	56
2.3.	Векторный анализ	58
2.3.1.	Скалярное и векторное поля	59
2.3.2.	Градиент, дивергенция и ротор	59
2.3.3.	Несжимаемое течение	61
2.3.4.	Трехмерное уравнение конвекции/диффузии	61
2.4.	Численные методы	62
2.4.1.	Метод конечных разностей	62
2.4.2.	Численное решение одномерного уравнения конвекции/диффузии	64
2.5.	Матрицы и линейная алгебра	65
2.5.1.	Поворот декартовой системы координат	66
2.5.2.	Свойства матриц	67
2.5.3.	Операции над матрицами	68
2.5.4.	Определители, собственные значения и собственные векторы	70
2.6.	Диагонализация тензора проницаемости	71
2.6.1.	Закон Дарси и тензор проницаемости	71
2.6.2.	Преобразования подобия	72
2.6.3.	Процедура диагонализации матрицы	73
2.6.4.	Диагонализация симметричной матрицы 2×2	74
2.6.5.	Собственные векторы	75
2.6.6.	Преобразование координат	76
2.7.	Преобразование поворота тензора проницаемости размерностью 2×2	77
2.7.1.	Анализ сетки для песчаного канала.	79
ГЛАВА 3. Основы теории нестационарной фильтрации 85		
3.1.	Введение	85
3.1.1.	Уравнения нестационарной фильтрации жидкости в пористых средах.	85
3.1.2.	Начальные и граничные условия.	90
3.1.3.	Допущения и ограничения.	91

3.2.	Функции Бесселя	92
3.2.1.	Предварительные определения.	92
3.2.2.	Решение уравнений Бесселя. Функции Бесселя.	92
3.2.3.	Модифицированные функции Бесселя нулевого и первого порядка.	93
3.3.	Преобразование Лапласа	95
3.3.1.	Основные свойства преобразования Лапласа.	96
3.3.2.	Обратное преобразование Лапласа и асимптотики.	97
3.4.	Функции Грина и метод источников	111
3.4.1.	Фундаментальное решение уравнения пьезопроводности.	112
3.4.2.	Решение уравнения пьезопроводности методом источников.	113
3.4.3.	Использование функций Грина и метода источников при решении задач неустановившейся фильтрации.	123
3.4.4.	Применение метода источников при преобразовании Ла- пласа для решения задач неустановившейся фильтрации.	136
ГЛАВА 4.	Отбор проб флюидов	196
4.1.	Введение	196
4.2.	Общие методические указания по составлению программ отбо- ра проб	199
4.3.	Тип пластового флюида	207
4.4.	Подготовка скважин	208
4.5.	Подбор и подготовка оборудования для отбора проб	213
4.6.	Методика отбора проб углеводородных флюидов под давлением	215
4.6.1.	Отбор глубинных проб в скважине.	215
4.6.2.	Отбор глубинных проб с помощью пластоиспытателей.	219
4.6.3.	Отбор однофазных проб.	222
4.6.4.	Отбор устьевых проб.	231
4.6.5.	Изокинетический отбор проб.	232
4.7.	Отбор проб углеводородных флюидов при атмосферном давлении	232
4.7.1.	Методика проведения типовых измерений, отбора проб и исследований нефти из нефтехранилищ.	233
4.8.	Пластовые воды	237
4.9.	Определение и регистрация результатов анализа проб	242
4.10.	Контроль качества проб	248
4.10.1.	Отбор проб для исследований.	248
4.10.2.	Отбор проб флюидов для хранения.	253
4.11.	Опасности	255
4.12.	Особые трудности при отборе проб	257
4.12.1.	Отбор проб эмульсий сырой нефти.	257
4.12.2.	Парафинистые и асфальтенистые флюиды.	258

4.12.3. Измерения на скважине.	259
4.12.4. Газ из бурового раствора.	260
4.12.5. Измерение обводненности скважинной продукции.	261
4.13. Выводы и заключение	262
ГЛАВА 5. Свойства газов	265
5.1. Молекулярная масса	265
5.2. Идеальный газ	265
5.3. Критическая температура и давление	267
5.4. Относительная плотность	269
5.5. Мольная доля и кажущийся молекулярный вес газовых смесей	270
5.6. Относительная плотность газовых смесей	270
5.7. Закон Дальтона	271
5.8. Закон Амага	271
5.9. Реальные газы	271
5.10. Закон для реального газа	271
5.11. Плотность газа и объемный коэффициент флюида в пластовых условиях	285
5.12. Коэффициент изотермической сжимаемости газов	286
5.13. Вязкость газа	288
5.14. Псевдопотенциал реальных газов	295
5.15. Давление насыщенных паров	295
5.15.1. Уравнение Клапейрона.	295
5.15.2. График Кокса.	296
5.15.3. Уравнение Калингерта и Дэвиса.	297
5.15.4. Уравнение Ли–Кеслера.	297
5.16. Дополнительные примеры задач	299
ГЛАВА 6. Корреляционные зависимости для нефтяных систем	313
6.1. Введение	313
6.2. Определение параметров сырой нефти	316
6.3. Давление насыщения	318
6.4. Влияние неуглеводородных газов	332
6.5. Газосодержание	334
6.6. Объемный коэффициент нефти	334
6.7. Коэффициент изотермической сжимаемости	338
6.8. Плотность	343
6.9. Вязкость	343
6.10. Поверхностное натяжение	349
6.11. Поверхностное натяжение в системе «вода–углеводородная смесь»	358

ГЛАВА 7. Термодинамика и фазовые превращения	407
7.1. Вступление	407
7.2. Фундаментальные понятия и постановка задачи	408
7.2.1. Правило фаз Гиббса и теорема Дюгема.	409
7.2.2. Равновесие, устойчивость и обратимые термодинамические системы.	410
7.3. Базовые уравнения	413
7.3.1. Первый закон термодинамики.	414
7.3.2. Второй закон термодинамики.	418
7.3.3. Связи между фундаментальными свойствами и условия равновесия.	422
7.4. Объемные свойства чистых флюидов	430
7.4.1. Модели фазовых превращений чистых флюидов.	435
7.5. PVT-свойства смесей	447
7.5.1. Процедура расчета равновесных параметров смеси.	449
7.6. Определение свойств пластовых флюидов	451
ГЛАВА 8. Фазовые диаграммы	455
8.1. Вступление	455
8.2. Фазовые диаграммы чистого вещества	455
8.3. Правило фаз	457
8.4. Бинарные фазовые диаграммы	458
8.5. Треугольные фазовые диаграммы	463
8.6. Четверные фазовые диаграммы	469
8.7. Системы пластовых флюидов	470
8.8. Фазовые диаграммы для методов увеличения нефтеотдачи	473
8.8.1. Закачка ПАВ и полимеров.	474
8.8.2. Процессы закачки газа.	476
8.8.3. Многоконтактная смесимость при закачке в пласт газа.	480
ГЛАВА 9. Асфальтены и парафины	487
9.1. Введение	487
9.1.1. Факторы, влияющие на отложение асфальтенов.	487
9.1.2. Факторы, влияющие на выпадение парафинов.	489
9.2. Характеристики асфальтенов и парафинов	491
9.2.1. Химическая классификация пластовых флюидов.	491
9.2.2. Характеристики асфальтенов. Природа асфальтенов.	493
9.2.3. Характеристики нефтяных парафинов.	496
9.3. Экспериментальные измерения выпадения асфальтенов в осадок	502
9.3.1. Измерения ДВА.	502
9.3.2. Обратимость.	504

9.3.3.	Выпадение асфальтенов при закачке в пласт обогащенно-го газа и углекислого газа.	507
9.4.	Термодинамические модели выпадения асфальтенов	509
9.4.1.	Термодинамическое равновесие.	509
9.4.2.	Модели активности.	509
9.4.3.	Модели УС.	515
9.4.4.	Термодинамическая модель коллоидной суспензии.	520
9.4.5.	Термодинамическая модель мицеллообразования.	520
9.5.	Отложение асфальтенов на поверхности породы и закупорка по-рового пространства	522
9.5.1.	Общие сведения.	522
9.5.2.	Эксперименты.	522
9.5.3.	Отложение на поверхности породы и закупорка порового пространства.	523
9.5.4.	Изменение смачиваемости.	529
9.6.	Восстановление проницаемости призабойной зоны при выпадении асфальтенов	531
9.7.	Экспериментальный анализ характеристик парафинов, содержащихся в нефтяных флюидах	533
9.7.1.	Композиционный анализ пластовых флюидов.	533
9.7.2.	Измерение параметров процесса выпадения парафинов.	533
9.8.	Термодинамические модели выпадения парафинов	536
9.8.1.	Термодинамическое равновесие системы «твердое тело–жидкость».	536
9.8.2.	Модель чистого идеального твердого тела.	540
9.8.3.	Модели твердых растворов.	542
9.8.4.	Модели многофазной чистой твердой фазы.	552
9.8.5.	Модели избыточной энергии Гиббса.	556
9.8.6.	Сравнение моделей.	558
9.9.	Модели отложения парафинов	560
9.9.1.	Молекулярная диффузия.	561
9.9.2.	Сдвиговая дисперсия.	562
9.10.	Предупреждение выпадения парафинов и удаление отложений	563
9.10.1.	Термические методы.	563
9.10.2.	Химические методы.	564
9.10.3.	Механические методы.	565
ГЛАВА 10.	Свойства добываемой пластовой воды	579
10.1.	История добычи воды на нефтяных и газовых месторождениях	579
10.1.1.	Большое значение добываемой воды.	582
10.1.2.	О происхождении пластовых вод.	584

10.2. Добыча в режиме естественного истощения	584
10.3. Экономические аспекты попутно добываемой воды	585
10.3.1. Определение параметров добываемой воды.	587
10.4. Отложение солей и коррозия	589
10.4.1. Отбор проб и анализ добываемой воды.	590
10.5. Отбор проб воды на забое и пробоотборниками, спускаемыми в скважину на бурильных трубах	591
10.5.1. Методы отбора проб.	591
10.5.2. Отбор проб воды и спецификация анализа.	595
10.5.3. Физические свойства пластовых вод.	600
10.6. Сжимаемость	601
10.7. Плотность	602
10.8. Объемный коэффициент пластового флюида	605
10.9. Удельное сопротивление	607
10.10. Поверхностное натяжение	607
10.11. Вязкость	608
10.12. Уровень pH	611
10.13. Окислительно-восстановительный потенциал	614
10.14. Растворенные газы	616
10.15. Органические компоненты	616
10.15.1. Обработка результатов определения химического состава.	617
10.16. Метод линий смешения	619
10.17. Роль взвешенных частиц в добываемой воде	621
ГЛАВА 11. Фазовое равновесие в системах «Н₂О–углеводородная смесь»	626
11.1. Вступление	626
11.2. Определение понятия «фаза» и правило фаз Гиббса	627
11.3. Равновесие систем «вода–углеводороды» без гидратов	629
11.3.1. Растворимость воды (точка росы) в углеводородном газе.	629
11.3.2. Взаимная растворимость жидкой воды и жидких углево- родов.	632
11.4. Равновесие систем «вода–углеводороды» с гидратами	636
11.4.1. Строение, стабильность и измерения гидратов.	636
11.4.2. Фазовые равновесия и расчеты с учетом гидратообразо- вания.	639
11.5. Выводы	662
ГЛАВА 12. Эмульсии сырой нефти	665
12.1. Введение	665
12.1.1. Определение.	667
12.1.2. Типы эмульсий.	667

12.1.3.	Образование эмульсий.	669
12.1.4.	Эмульгаторы.	669
12.1.5.	Характеристики и физические свойства.	670
12.2.	Стабильность эмульсий	675
12.2.1.	Поверхностная пленка и устойчивость к коалесценции. . .	675
12.2.2.	Факторы, которые влияют на стабильность эмульсий. . . .	677
12.2.3.	Измерение стабильности.	688
12.3.	Деэмульсация	690
12.3.1.	Дестабилизация эмульсий.	690
12.3.2.	Механизмы, задействованные в деэмульсации.	693
12.3.3.	Способы разрушения эмульсий или деэмульсации.	694
12.4.	Особые свойства эмульсий сырой нефти	705
12.4.1.	Отбор проб эмульсий.	705
12.4.2.	Программа деэмульсации в промышленных условиях. . . .	707
12.4.3.	Предотвращение образования эмульсий.	709
12.4.4.	Подбор и оптимизация деэмульгаторов.	710
ГЛАВА 13. Свойства горных пород		722
13.1.	Вступление	722
13.1.1.	Знания о свойствах горных пород преимущественно при- обретены на основе опыта.	723
13.1.2.	Концепция свойств горных пород.	723
13.2.	Горные породы: минералы и поры	725
13.3.	Плотность и пористость	732
13.3.1.	Основы и определения.	732
13.3.2.	Функциональные зависимости.	734
13.3.3.	Плотность и пористость в пластовых условиях.	737
13.3.4.	Методы измерений.	738
13.4.	Свойства флюидов	740
13.4.1.	Газ.	741
13.4.2.	Нефть.	743
13.4.3.	Пластовые воды.	748
13.5.	Упругость, упругие волны и зависимость между напряжением и деформацией	751
13.5.1.	Напряжение и давление: определения.	751
13.5.2.	Деформация, растяжение и модуль упругости.	754
13.5.3.	Эффективные среды, предельные значения.	756
13.5.4.	Свойства минералов.	760
13.5.5.	Свойства упругих волн.	760
13.5.6.	Зависимость от пористости.	766

13.5.7. Зависимости замеренной скорости распространения звуковых волн от пористости.	767
13.5.8. Давление.	768
13.5.9. Естественное напряжение пород.	774
13.5.10. Температура.	778
13.5.11. Замещение флюидов по Гассману.	780
13.5.12. Объемный модуль упругости твердого минерала.	790
13.5.13. Трещиноватая порода.	794
13.5.14. Анизотропия.	796
13.5.15. Затухание и дисперсия скоростей.	800
13.6. Зависимости параметров разрушения горных пород	804
13.6.1. Введение.	804
13.6.2. Разрушение по теории Кулона–Навье.	806
13.6.3. Разрушение по Морю, искривление предельных прямых и критерий Хозка–Брауна.	810
13.6.4. Предел прочности на одноосное сжатие.	816
13.6.5. Прочность на сжатие.	818
13.6.6. Содержание глинистых минералов.	819
13.6.7. Влияние пластовых флюидов.	822
13.6.8. Размер зерен и текстура.	826
13.6.9. Прочность пород по данным ГИС.	827
13.7. Характеристики гамма-излучения	829
13.7.1. Введение.	829
13.7.2. Замеры.	833
ГЛАВА 14. Абсолютная проницаемость	856
14.1. Введение	856
14.2. Контроль петрологических параметров	858
14.2.1. Слабосцементированные насыпные модели песчаников.	860
14.2.2. Глинистые минералы и глины.	863
14.2.3. Песчаники.	864
14.2.4. Карбонаты.	866
14.2.5. Выводы. Эмпирические тренды.	868
14.3. Поправки для результатов замеров на керне	869
14.3.1. Эффект Клинка–Берга.	870
14.3.2. Чувствительность к поровому флюиду.	871
14.3.3. Зависимость от давления.	872
14.4. Петрофизические модели	875
14.4.1. Уравнение Козени–Кармана.	875
14.4.2. Модели, основанные на гранулометрическом составе. Уравнение Крумбейна и Монка.	877

14.4.3.	Модель с учетом минералогических факторов.	880
14.4.4.	Модели, учитывающие площадь поверхности и водонасыщенность.	881
14.4.5.	Модели, построенные с учетом размера пор.	890
14.5.	Статистические методы и разделение пласта на зоны	897
14.5.1.	Прогнозирующие функции с одной или двумя входными переменными.	898
14.5.2.	Прогнозирующие функции с несколькими входными переменными.	898
14.5.3.	Прогнозирующие функции с расчетными параметрами.	899
14.6.	Комментарии	900
14.7.	Области практического применения	903

ГЛАВА 15. Относительная фазовая проницаемость и капиллярное давление

15.1.	Введение	910
15.2.	Замечания по поводу расчета капиллярного давления	912
15.2.1.	Дренажное и пропиточное для сильно смачиваемых систем.	916
15.2.2.	Неоднородность.	916
15.2.3.	Смачиваемость.	917
15.3.	Модели капиллярного давления	919
15.3.1.	Функция Бакли–Левретта.	919
15.3.2.	Модель Томеера.	920
15.3.3.	Зависимость Брукса–Кори.	921
15.3.4.	Зависимость Бентсена–Энли.	921
15.3.5.	Модель Элпака–Лейка–Эмбида.	922
15.4.	Исследование функций относительных фазовых проницаемостей	922
15.4.1.	Гистерезис.	922
15.4.2.	Смачиваемость.	924
15.4.3.	Межфазное натяжение.	927
15.4.4.	Зависимости для концевых точек относительных фазовых проницаемостей.	927
15.4.5.	Температура.	935
15.5.	Модели относительных фазовых проницаемостей	936
15.5.1.	Модели Брукса–Кори и аналогичные модели.	936
15.5.2.	Модель для неоднородной породы.	937
15.5.3.	Модель Керичи.	939
15.5.4.	Корреляционные зависимости для измерения относительных фазовых проницаемостей.	940
15.5.5.	Модели гистерезиса.	940
15.5.6.	Модели Кармана–Козени.	940

15.5.7. Сеточные модели.	941
15.5.8. Модели относительных фазовых проницаемостей для трехфазного течения.	941
15.6. Измерение свойств породы и флюидов	944
15.6.1. Достоверность измерений.	944
15.6.2. Извлечение, перевозка, хранение и подготовка керна.	945
15.6.3. Получение зависимостей капиллярного давления.	947
15.6.4. Определение относительных фазовых проницаемостей.	951
15.6.5. Определение концевых точек насыщенности.	954
15.7. Тенденции и меры предосторожности при определении свойств горных пород и флюидов	955
ГЛАВА 16. Экономика нефтяной отрасли	964
16.1. Введение	964
16.2. Экономическая модель для оценки нефтегазовых месторождений	966
16.2.1. Валовая добыча.	967
16.2.2. Технологические потери.	968
16.2.3. Валовой объем продаж.	968
16.2.4. Долевое участие.	969
16.2.5. Роялти.	969
16.2.6. Процент с выручки от реализации нефти или газа, выпла- чиваемый в виде вознаграждения некоторому лицу, но не владельцу земли.	969
16.2.7. Доля чистого дохода компании от общего дохода по про- екту после выплаты роялти и вознаграждений.	970
16.2.8. Чистая выручка от продаж.	970
16.2.9. Цена.	970
16.2.10. Налоги, взимаемые властями штата, и местные налоги.	973
16.2.11. Операционные затраты.	975
16.2.12. Чистый операционный доход.	976
16.2.13. Подоходный налог.	976
16.2.14. Инвестиции.	976
16.2.15. Чистый денежный поток.	976
16.3. Временная стоимость денег	977
16.3.1. Будущая ценность паушальной суммы.	978
16.3.2. Дисконтированная стоимость паушальной суммы.	979
16.3.3. Аннуитеты и займы.	979
16.3.4. Годовые и месячные процентные ставки.	980
16.4. Основные экономические параметры	982
16.4.1. Чистый дисконтированный доход.	982
16.4.2. Внутренняя норма доходности.	983

16.4.3.	Дисконтированный индекс доходности инвестиций.	985
16.5.	Рекомендуемые методики экономических расчетов	987
16.6.	Анализ рисков при оценке нефтегазовых месторождений	988
16.6.1.	Риск и неопределенность.	988
16.6.2.	Понятие ожидаемого дохода в стоимостном выражении.	989
16.6.3.	Деревья решений.	992
16.6.4.	Моделирование по методу Монте-Карло.	995
16.6.5.	Результаты интерпретации.	1003
16.6.6.	Дополнительная рекомендуемая литература.	1004
16.7.	Следующий рубеж	1004
16.7.1.	Портфельный анализ.	1004
16.7.2.	Реальные опционы.	1011
ГЛАВА 17.	Международное право в области добычи нефти и газа	1022
17.1.	Введение	1022
17.2.	История разработки нефтяных и газовых месторождений	1022
17.3.	Заинтересованность в углеводородных ресурсах	1025
17.3.1.	Концессии и лицензии.	1025
17.3.2.	Соглашения о разделе продукции.	1027
17.3.3.	Соглашения об участии в софинансировании.	1027
17.3.4.	Договоры на оказание сервисных услуг.	1028
17.3.5.	Общие положения договоров.	1029
17.4.	Регулирование участия в реализации международных проектов	1031
17.4.1.	Политический риск.	1032
17.4.2.	Безопасность.	1034
17.4.3.	Взятничество и коррупция.	1034
17.4.4.	Права коренного населения.	1037
17.4.5.	Обязанности по обучению.	1038
17.4.6.	Необходимые связи для эффективной и рентабельной раз- работки.	1039
17.5.	Соглашение о проведении совместных работ	1039
17.6.	Соглашения о сбыте	1041
17.6.1.	Сбыт нефти.	1041
17.6.2.	Рынки газа.	1043
17.6.3.	Сжиженный природный газ.	1045
17.7.	Ликвидация	1045
17.8.	Решение споров	1047
17.8.1.	Выбор законодательства, выбор суда и положения дого- воров о разрешении споров.	1047
17.8.2.	Арбитраж и альтернативные методы разрешения споров (АРС).	1048

17.8.3. Принудительное исполнение судебных и арбитражных решений.	1051
17.9. Международное право и правовые системы	1053
17.9.1. Суверенитет.	1053
17.9.2. Договоры и конвенции.	1054
17.9.3. Системы гражданского права и общего права.	1055
17.9.4. Закон о коррупционной деятельности за рубежом и экстерриториальное применение внутренних законов.	1056
ГЛАВА 18. Структура энергетики XXI века	1059
18.1. Введение	1059
18.2. Выбор источников энергии	1059
18.3. Энергетический прогноз	1064
18.4. Изменение промышленной политики	1069
18.5. Этические вопросы распределения энергии	1070
18.6. Последствия для инженеров	1071
18.7. Выводы	1071
Предметный указатель	1074

Введение

Первый том нового *Справочника инженера-нефтяника* под названием «Введение в нефтяной инжиниринг» составлен таким образом, чтобы в нем был представлен весь материал, который может понадобиться инженеру-нефтянику. Сюда вошли разделы по математике, свойствам флюидов, взаимодействию горных пород с флюидами, экономическому анализу, правовым вопросам, а также социальным аспектам энергетики, основанной на ископаемых ресурсах.

Разделы настоящего справочника, посвященные математике, существенно отличаются от предыдущих изданий. Математические таблицы, приведенные в предыдущих изданиях, сейчас легко составить с помощью карманного калькулятора или компьютерной программы. В математических разделах представлены темы, необходимые инженерам-нефтяникам для того, чтобы лучше разбираться в литературе и в программном обеспечении, которым они пользуются изо дня в день. Представлены такие темы, как колебательные системы, обыкновенные дифференциальные уравнения и дифференциальные уравнения в частных производных, линейная алгебра и матрицы, а также функции Грина, приводятся также ссылки на источники для тех читателей, которые хотели бы более досконально изучить эти вопросы.

В главах о свойствах флюидов представлены следующие темы: отбор проб флюидов; свойства нефти, газа, конденсата и воды и корреляционные зависимости; фазовые состояния углеводородов и фазовые диаграммы углеводородных систем; фазовые состояния систем вода/углеводороды. Две главы посвящены свойствам парафинов, асфальтенов и эмульсий сырой нефти.

Далее рассматриваются свойства горных пород и взаимодействие горных пород с флюидами. Свойства горных пород включают в себя характеристики пород, насыщенных флюидами (например, пористость, упругие свойства горных пород), и зависимости для определения параметров разрушения горных пород. Кроме того, написаны методы измерений и модели проницаемости для однофазного потока, а также дается обзор характеристик, определяющих взаимодействие между породами и флюидами, в частности, относительную проницаемость и капиллярное давление.

Помимо математики, свойств флюидов и свойств горных пород, инженерам-нефтяникам необходимо разбираться в экономике и правовом регулировании. В последних главах рассматриваются основные вопросы экономического анализа и нормативно-правового регулирования. В заключение приводится

краткий обзор роли ископаемых источников энергии в структуре энергетики XXI века.

Хочу поблагодарить всех авторов, которые не пожалели своего времени, опыта и знаний при подготовке настоящей книги.

Джон Р. Фанчи

ГЛАВА 1

Основы теории колебаний

Альфред У. Юстес III, SPE, Colorado School of Mines

1.1. Введение

Для анализа колебательных систем используется множество различных математических инструментов. Одним из первых математических инструментов, с которым знакомится начинающий инженер, является дифференциальное и интегральное исчисление. Вся инженерная математика построена на таких понятиях как пределы, дифференцирование и интегрирование. В данной главе продемонстрировано использование этих понятий на примере математического описания колебательных систем. Более подробную информацию по этим вопросам вы можете найти в соответствующих разделах настоящего Справочника.

Большая часть математического аппарата, используемого инженерами для оценки и прогноза поведения колебательных систем, основана на уравнениях, содержащих некоторые функции и их производные. Обычно мы имеем дело с большим количеством выражений, которые характеризуют скорость изменения некоторой величины или же скорость изменения скорости изменения (и так далее) относительно некоторой независимой переменной (в таком случае говорят о производной от этой величины по независимой переменной). Например, скорость движения характеризует скорость изменения расстояния относительно времени (производная от расстояния по времени). Ускорение — это скорость изменения скорости; таким образом, ускорение является скоростью изменения скорости изменения расстояния относительно времени. Поиск решений для уравнений такого типа становится основой дифференциального анализа.

Уравнение, содержащее производные, называется дифференциальным уравнением. Если уравнение содержит производные только по одной независимой переменной, то это обыкновенное дифференциальное уравнение (ОДУ). Если производные берутся по двум или более независимым переменным, то перед нами дифференциальное уравнение в частных производных (ДУЧП). В ОДУ изменения условно обозначаются буквой d , а в ДУЧП для обозначения изменений используется символ ∂ .

Чтобы разобраться в дифференцировании, необходимо получить представление о пределах.

1.1.1. Пределы. Для анализа уравнений удобно использовать графики функций. Независимая переменная t в уравнении (1.1) определяет, как изменяется функция (зависимая переменная) y . Характеризуют это поведение операторы и постоянные в уравнении. На **рис. 1.1** приведен график уравнения (1.1), представляющий для свободно падающего тела зависимость расстояния от времени при нулевой начальной скорости. Направление вниз считается в данном примере отрицательным:

$$y = \frac{-g_c t^2}{2}. \quad (1.1)$$

По оси x (ось абсцисс) обычно откладывается независимая переменная, а по оси y (ось ординат) обычно откладывается зависимая переменная. Это не обязательно: многие графики параметров бурения являются исключением из этого общепринятого правила и на них ординатой зачастую бывает независимая переменная, а зависимая переменная является абсциссой. Примером зависимости может служить график, глубины от времени.

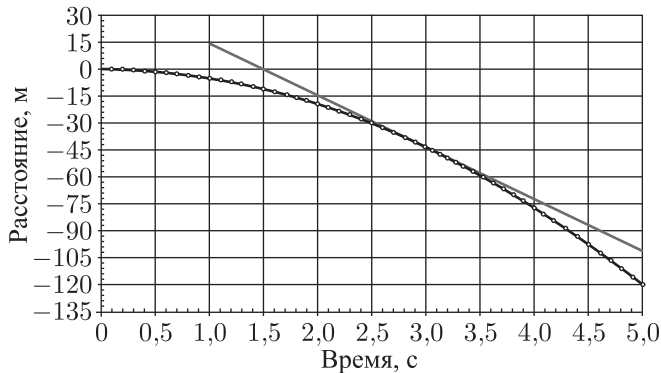


Рис. 1.1. График уравнения (1.1), описывающего свободное падение

На рис. 1.1 на момент времени $t = 3$ с расстояние равно $-44,1$ м. Касательную к графику при времени, равном 3 секундам, называют наклоном A графика (тангенс угла наклона) в этой точке. Чтобы быстро определить наклон касательной в момент времени, равный 3 секундам, разделим подъем касательной (Δy) на интервал изменения (Δt), как показано в уравнении (1.2):

$$A = \frac{y_2 - y_1}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta y}{\Delta t}. \quad (1.2)$$

В данном случае при $t = 2$ с значение касательной y равно $-19,61$ м, а при $t = 4$ с составляет $-78,45$ м. Тогда наклон равен

$$A = \frac{-78,45 - (-19,61)}{4 - 2} = \frac{-58,84}{2} = -29,42. \quad (1.3)$$

Поскольку в качестве единиц измерения в данном примере использованы единицы расстояния и времени, то наклон определяет скорость в этой точке. Это скорость изменения расстояния во времени.

Предел определяется как значение функции в данной точке по мере приближения к этой точке со стороны более высоких или более низких значений (зачастую говорят о приближении слева или справа соответственно). Предел (Y) уравнения (1.1) при 3 секундах равен

$$Y = \lim_{t \rightarrow 3} \frac{-gt^2}{2}. \quad (1.4)$$

Величину Y называют пределом функции. В данном простом примере значение Y остается тем же, независимо от того, приближается ли t к 3 слева или справа. Однако это справедливо не во всех случаях (например, для разрывной функции). В таких случаях предел можно определить аналитическим путем. Можно также определить предел с помощью графика, как на рис. 1.1.

Пределы обладают следующими свойствами:

$$\text{если } \lim_{t \rightarrow z} f(t) = P \text{ и } \lim_{t \rightarrow z} g(t) = Q, \text{ то } \lim_{t \rightarrow z} [f(t) + g(t)] = P + Q, \quad (1.5)$$

$$\lim_{t \rightarrow z} r f(t) = r \left[\lim_{t \rightarrow z} f(t) \right] = rP, \quad (1.6)$$

$$\lim_{t \rightarrow z} \frac{f(t)}{g(t)} = \frac{P}{Q} \text{ при } Q \neq 0, \quad (1.7)$$

и

$$\lim_{t \rightarrow z} \sum_{j=0}^J r_j t^{J-j} = \sum_{j=0}^J r_j z^{J-j}. \quad (1.8)$$

1.1.2. Производные. Как указано выше, наклон графика уравнения (1.1) на момент времени 3 секунды составляет $-29,42$ м/с, и это есть скорость (v) свободного падения через 3 секунды после начала падения. Эта величина называется первой производной (или производной первого порядка) уравнения (1.1) при значении, равном 3, и записывается в виде

$$f'(t) = \frac{d}{dt} f(t) = \frac{d}{dt} y = \frac{dy}{dt} = v = -29,42; \quad (1.9)$$

первая производная определяется из выражения

$$\frac{dy}{dt} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{f(t + \Delta t) - f(t)}{\Delta t}. \quad (1.10)$$

По мере того как величина Δt приближается к нулю, решение сходится к первой производной.

Производные обладают следующими свойствами (r — постоянная величина):

$$\text{если } y = f(t) = r, \quad \text{то } \frac{dy}{dt} = f'(t) = 0, \quad (1.11)$$

$$\text{если } y = f(t) = rt^n, \quad \text{то } \frac{dy}{dt} = f'(t) = rnt^{n-1}, \quad (1.12)$$

$$\text{если } y = f(t) = \sin(rt), \quad \text{то } \frac{dy}{dt} = f'(t) = r \cos(rt), \quad (1.13)$$

$$\text{если } y = f(t) = \cos(rt), \quad \text{то } \frac{dy}{dt} = f'(t) = -r \sin(rt), \quad (1.14)$$

$$\text{если } y = f(t) = e^{rt}, \quad \text{то } \frac{dy}{dt} = f'(t) = re^{rt}, \quad (1.15)$$

$$\text{если } y = f(t) = \ln(rt), \quad \text{то } \frac{dy}{dt} = f'(t) = \frac{1}{t}. \quad (1.16)$$

В случае уравнения (1.7), где $Q = 0$, предел можно найти по правилу Лопиталя, как показано в уравнении (1.17):

$$\lim_{t \rightarrow z^+} \frac{f(t)}{g(t)} = \lim_{t \rightarrow z^+} \frac{f'(t)}{g'(t)}, \quad \text{где } \lim_{t \rightarrow z^+} f(t) = \lim_{t \rightarrow z^+} g(t) = 0 \quad (1.17)$$

или $\lim_{t \rightarrow z^+} f(t) = \lim_{t \rightarrow z^+} g(t) = \pm\infty$.

Ниже приводятся другие правила дифференцирования (дифференцированием называют нахождение производной от функции).

Правило линейной суперпозиции:

$$\text{если } f(t) = \sum_{j=1}^J f_j(t), \quad \text{то } f'(t) = \sum_{j=1}^J f'_j(t). \quad (1.18)$$

Правило произведения:

$$\frac{d}{dt}[f(t)g(t)] = f(t)\frac{d}{dt}g(t) + g(t)\frac{d}{dt}f(t). \quad (1.19)$$

Правило частного:

$$\frac{d}{dt} \left[\frac{f(t)}{g(t)} \right] = \frac{1}{g(t)} \frac{d}{dt}f(t) - \frac{f(t)}{g(t)^2} \frac{d}{dt}g(t). \quad (1.20)$$

Цепное правило (производная сложной функции):

$$\frac{dy}{dt} = \frac{dy}{dx} \frac{dx}{dt}. \quad (1.21)$$

Множественное дифференцирование (нахождение производной высших порядков) можно записать следующим образом:

для производной второго порядка

$$\frac{d}{dt} \left[\frac{dy}{dt} \right] = \frac{d^2 y}{dt^2} = y'' = \frac{d}{dt} \left[\frac{d}{dt} f(t) \right] = \frac{d^2}{dt^2} f(t) = f''(t); \quad (1.22)$$

для производной третьего порядка

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \left[\frac{d}{dt} \left(\frac{dy}{dt} \right) \right] &= \frac{d^3 y}{dt^3} = y''' = \\ &= \frac{d}{dt} \left[\frac{d}{dt} \left(\frac{d}{dt} f(t) \right) \right] = \frac{d^3}{dt^3} f(t) = f'''(t) = f^{(3)}(t). \end{aligned} \quad (1.23)$$

Целесообразно определить точку, в которой наклон касательной равен нулю, что может соответствовать максимуму, минимуму или перегибу. Чтобы определить эти точки, найдем первую производную. Затем положим, что первая производная равна нулю, и решим получившееся уравнение относительно независимой переменной. Чтобы определить, является ли эта точка максимумом, минимумом или перегибом, определим вторую производную этого уравнения. Если полученная величина будет отрицательной, то эта точка максимум; если она положительная, то эта точка минимум; если же получим нуль, то это точка перегиба.

Рассмотрим на примере функции (1.24) (график на **рис. 1.2**):

$$y = t^3 - 5t^2 + 3t + 5. \quad (1.24)$$

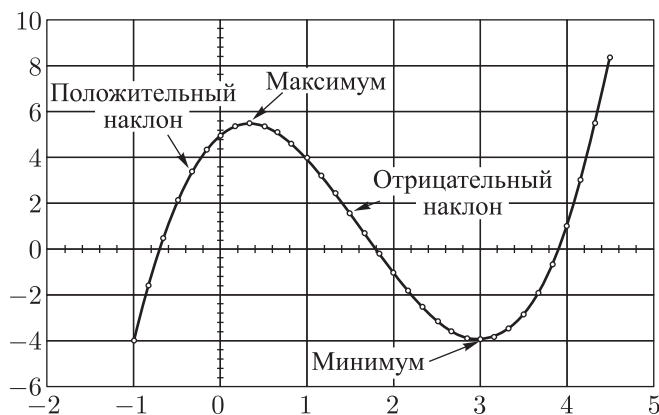


Рис. 1.2. График функции (1.24): пример анализа наклонов (возрастания и убывания функции), минимумов и максимумов

Первая производная функции (1.24) записывается следующим образом:

$$\frac{dy}{dt} = 3t^2 - 10t + 3. \quad (1.25)$$

Приравняв это выражение к нулю, получаем квадратное уравнение с двумя корнями, $t = 3$ и $t = 1/3$. Эти две точки соответствуют точкам минимума и максимума на графике. Чтобы доказать это, берем вторую производную

$$\frac{d^2y}{dt^2} = 6t - 10, \quad (1.26)$$

которая при $t = 3$ и $t = 1/3$ равна, соответственно, 8 и -8 . Это значит, что при $t = 3$ функция достигает минимума, а при $t = 1/3$ функция достигает максимума.

Взяв первую производную расстояния для уравнения свободно падающего тела, которое в начальной точке находилось в состоянии покоя (уравнение (1.1)), получаем наклон графика, который, как отмечалось, равен скорости:

$$\frac{dy}{dt} = v = -g_c t. \quad (1.27)$$

Вторая производная определяет изменение наклона во времени (ускорение), она записывается следующим образом:

$$\frac{d^2y}{dt^2} = -g_c; \quad (1.28)$$

получаем ускорение свободно падающего тела под действием силы притяжения Земли.

1.1.3. Решение дифференциальных уравнений. Решения дифференциальных уравнений в аналитическом виде (в виде комбинации элементарных функций) могут варьировать от тривиальных до невозможных. Зачастую необходимо прибегать к численным методам. Тем не менее, разработаны некоторые общие подходы для решения дифференциальных уравнений [1, 2, 3].

ОДУ только с первыми производными называются ОДУ первого порядка. ОДУ второго порядка имеют вторую, а возможно, и первую производную. Те же рассуждения относятся к третьему и более высоким порядкам. Точно так же, если у ДУЧП есть только первые производные, это ДУЧП первого порядка. Второй, третий порядки и выше определяются в зависимости от наличия производной самого высокого порядка.

В настоящей главе рассмотрены некоторые основы математического аппарата ОДУ и ДУЧП. За более подробной информацией по этой теме мы рекомендуем читателю обратиться к учебникам и справочникам по математике.

Чтобы продемонстрировать некоторые из вышеуказанных свойств ОДУ и ДУЧП, в данной главе мы рассмотрим примеры из теории колебаний. Мы выбрали математические задачи из теории колебаний в связи с их печально известной склонностью провоцировать осложнения в процессе бурения скважин

и при добыче нефти и газа. В следующем разделе мы рассмотрим основные сведения о природе колебаний, а последующие разделы будут посвящены тем или иным аспектам математического описания.

1.2. Вводные рассуждения о колебаниях

Фундаментальные основы теории колебаний не новы: де Сен-Венан [4] опубликовал свою теорию о колебании стержней в 1867 году, а Лав [5] опубликовал целый трактат о теории колебаний в 1926 году. Математический аппарат теории колебаний и волн включает в себя бесконечные ряды, комплексные функции и интегральные преобразования Фурье, а ее физический аппарат включает в себя механику Ньютона и механику деформации и напряжений. До недавних пор, за исключением сравнительно простых условий, сложность математического аппарата ограничивала применение теории колебаний рамками решения простых задач общего характера. В настоящее время новейшие компьютеры могут выполнять сложные вычисления в разумные сроки и делают возможной волну новых исследований.

1.3. Понятия теории колебаний

Колебание — это периодическое движение вблизи положения равновесия. Различают два типа колебаний: детерминированные и случайные. Можно точно определить характеристики детерминированных колебаний, для случайных же колебаний возможно установление только статистических свойств. Примером детерминированных колебаний могут служить колебания, вызванные насосной установкой, а примером случайных колебаний является периодический прихват инструмента, входящего в состав той же системы.

В механических системах детерминированные колебания — это результат возбуждения системы (выведения из состояния равновесия), которое вызывает ответную реакцию системы, как схематически показано на **рис. 1.3**. Теоретически, если известны две переменные из трех (возбуждение, система и отклик), можно определить третью; при этом могут потребоваться сложные математические расчеты. Чаще всего необходимо найти функцию отклика, поэтому функция возбуждения и система должны быть известны.



Рис. 1.3. Система возбуждения и отклика для детерминированных колебаний

Колебательные системы могут быть линейными или нелинейными, дискретными или непрерывными (**рис. 1.4**). Во всех случаях колебательная система

	Линейная	Нелинейная
Дискретная	Одна степень свободы Две степени свободы Три степени свободы	Одна степень свободы Две степени свободы Три степени свободы
Непрерывная	одно, два или три измерения	одно, два или три измерения

Рис. 1.4. Классификация колебательных систем

может быть в одном, двух или трех взаимно ортогональных измерениях. Линейная система — это система, для которой справедливы принципы пропорциональности (уравнение (1.29)) и суперпозиции (уравнение (1.30)), то есть в такой системе

$$\text{если } E(t) \rightarrow R(t), \text{ то } rE(t) \rightarrow rR(t), \quad (1.29)$$

и

$$\begin{aligned} \text{если } E_1(t) \rightarrow R_1(t) \text{ и } E_2(t) \rightarrow R_2(t), \\ \text{то } E_1(t) + E_2(t) \rightarrow R_1(t) + R_2(t). \end{aligned} \quad (1.30)$$

Если эти принципы не выполняются, то система является нелинейной.

Дискретной является система с конечным числом независимых координат, которые могут описать отклик системы. Эти независимые координаты называются степенями свободы. Если движение тела в колебательной системе, хоть поступательное, хоть вращательное, зависит лишь от одной независимой координаты, то такая система имеет одну степень свободы. Если же для того, чтобы описать один или оба типа движения, необходимы несколько независимых координат, то у такой системы две или более степеней свободы. Поскольку все материальные структуры являются непрерывными по своей природе, у всех систем имеется практически неограниченное число степеней свободы. У большинства систем, однако, есть преобладающие (главные) степени свободы; у некоторых даже имеется единственная преобладающая степень свободы. Поэтому такие системы можно охарактеризовать как дискретные системы, что облегчает решение математических задач.

Если у системы одна степень свободы или набор степеней свободы только в одном направлении, это одномерная система. При наличии двух взаимно ортогональных направлений степеней свободы система будет двухмерной. Если же взаимно ортогональных направлений степеней свободы три, то система будет трехмерной.

Как показано на **рис. 1.5**, функция возбуждения может быть как периодической, так и непериодической, а колебания могут быть как свободными, так и вынужденными. Периодическим является такое колебание, которое можно охарактеризовать математически как неограниченное повторение. Непериодические колебания имеют конечную длину и состоят из волн, у которых есть определенное начало и которые со временем затухают (продолжительность жизни таких волн может быть крайне мала).

	Отсутствует	Присутствует
Периодическая	Свободные колебания	Вынужденные колебания
Непериодическая	Свободные колебания	Вынужденные колебания

Рис. 1.5. Классификация по функции возбуждения

Стоячая волна — это такое распространение колебаний, при котором кажется, что профиль волны не движется, хотя в действительности частицы, из которых состоит материал, колеблются относительно положения равновесия. В силу геометрии и граничных условий материала, в котором они пробегают, волны и отраженные волны гасятся и усиливаются в одной и той же точке материала, в связи с чем и складывается впечатление, что профиль волны не движется. Точка, в которой не происходит никакого движения, является узловой точкой, или узлом стоячей волны. Точка максимальной амплитуды является антиузлом (пучность стоячей волны).

В сущности, все волны в некотором роде нестационарные. Если волна повторяется в течение более длительного времени, чем необходимо одиночной волне для того, чтобы пройти по всему материалу, то такую серию волн можно назвать колебаниями. Все колебания также являются нестационарными. Если период колебания больше, чем рассматриваемая продолжительность времени, то такое колебание можно охарактеризовать периодом, бесконечным по длине.

Когда возникает возбуждение, которое активно воздействует на систему в течение рассматриваемого периода времени, отклик называется вынужденными колебаниями. Отклик системы при отсутствии функции возбуждения, то есть при ее отсутствии в период анализируемого времени, называется свободными колебаниями. Система может откликаться на прекращение функции возбуждения. Например, если необходимо определить отклик системы пружин с некоторой

массой после того, как система была взведена и отпущена, считается, что функция начального возбуждения отсутствует, потому что анализ выполняется после прекращения ее воздействия.

1.4. Распространение волн

Процесс передачи колебаний через систему называется распространением волн. При воздействии внешней силы реальное упругое тело не реагирует мгновенно по всей своей длине. Сначала реагирует та точка, на которую воздействует внешняя сила, затем участок, расположенный непосредственно под этой точкой, реагирует на реакцию предыдущего участка, и так далее. Такая серия реакций называется распространением волны, потому что реакции распространяются по телу в течение определенного периода времени с определенной скоростью. Если скорость изменения внешней силы достаточно мала, при решении большинства инженерных задач эти реакции можно смоделировать на основе анализа статического равновесия. Этот тип задач решается методами механики сплошной среды (сопротивления материалов). Если же внешняя сила меняется быстро, для эффективного моделирования системы необходим анализ распространения волн.

1.4.1. Типы волн. Существует множество типов упругих волн. В настоящем разделе рассматриваются продольные, боковые и изгибные волны [6]. Некоторые из них схематически представлены на **рис. 1.6**.

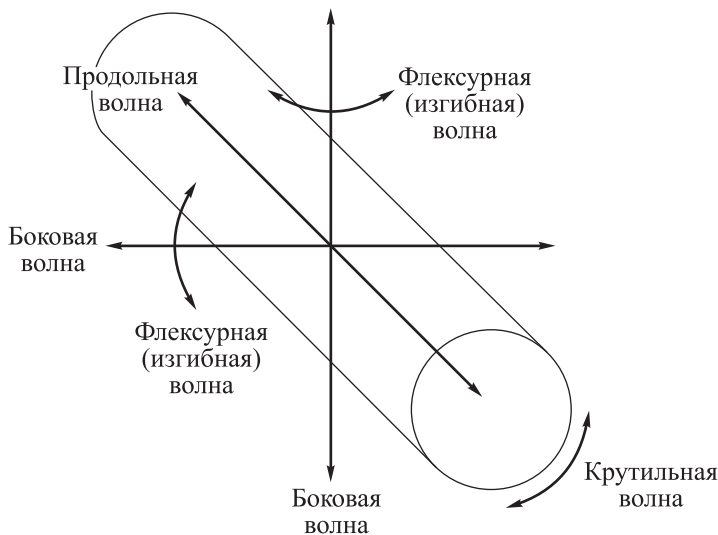


Рис. 1.6. Типы упругих волн

В продольных волнах (они иначе также называются волнами сжатия/растяжения, осевыми, уплотнения/разрежения и идеально продольными волнами)

частицы, из которых состоит упругая среда, сталкиваются и отталкиваются друг от друга под действием внешней силы, причем направление движения этих частиц параллельно движению волны. В большинстве марок стали продольные волны распространяются со скоростью 5120 м/с. Продольные волны не рассеиваются. Это значит, что все компоненты, из которых состоит продольная волна, распространяются с одинаковой скоростью и, следовательно, не разделяются (не рассеиваются).

В боковых волнах (их также называют поперечными, крутильными, сдвиговыми, равнообъемными и возмущающими волнами) частицы проскальзывают относительно друг друга и движутся перпендикулярно направлению движения волны. Поскольку на проскальзывание тратится больше энергии, боковые волны медленнее. В стали, например, их скорость составляет 3170 м/с. Быстро изменяющаяся скручивающая нагрузка на участок трубы заставляет боковую волну распространяться от точки приложения нагрузки ко всем другим частям трубы. Она распространяется как угловое скручивание. Боковые волны не рассеиваются, и задачи на распространение боковых волн решаются тем же способом, что и задачи на продольные волны. Сдвиговые и поперечные волны рассеиваются (то есть компоненты волны, из которых состоит сдвиговая волна, движутся с разными скоростями); их компоненты рассеиваются и размывают профиль начальной волны. Это существенно затрудняет проведение анализа.

Изгибные волны (флексурные волны) распространяются как изгиб в стержне или в плите и состоят из продольных и боковых компонентов. Анализ изгибных волн затрудняют вращательные сдвиги и возникающие моменты инерции.

Исследования распространения волн в различных областях разработки нефтегазовых месторождений в основном ограничиваются изучением продольных, скручивающих и поперечных волн. Как правило, легче всего удастся моделировать продольные волны, о них и пойдет речь в настоящей главе. Волна сжатия — это волна напряжения, которая распространяет напряжение в состоянии сжатия. Аналогичным образом, волна растяжения — это волна напряжения, которая распространяет напряжение в состоянии растяжения.

1.5. Поведение волн

Скорость волн зависит, прежде всего, от плотности и модуля упругости, но на нее также влияют потери энергии и частота. Например, если ударить молотом по одному концу длинного стального стержня, в нем образуется продольная волна, которая сожмет частицы стали. Длина волны будет зависеть от продолжительности контакта молота с концом стержня, а амплитуда определяется силой удара молота. По мере продвижения волны вдоль стержня сталь в пределах длины волны сжимается. После прохождения волны сталь возвращается в свое ненапряженное состояние, хотя уже и не в том месте, что до прохождения волны.

Еще один пример: скручивание (сдвиг) стального стержня генерирует сдвиговую волну. Сдвиговая волна движется по стержню медленнее, чем продольная волна. Как и в случае с рассмотренной выше продольной волной, ее длина определяется продолжительностью скручивающего воздействия, а ее амплитуда определяется скручивающим моментом от скручивающего воздействия.

Каждая волна оказывает независимое воздействие, но напряжение, которое они создают, может суммироваться. Например, две равные волны сжатия, сгенерированные одновременно ударами молотов по обоим концам длинного стального стержня, встретятся в центре этого стержня, пройдут одна сквозь другую, а затем каждая продолжит движение по стержню, как если бы другой волны никогда и не было (независимость). В момент прохождения одной волны сквозь другую сталь будет сжиматься в два раза сильнее (суммирование), чем от воздействия лишь одной из волн.¹

1.5.1. Частоты собственных колебаний и собственный резонанс. У любой системы есть собственная частота колебаний, частота, с которой она будет колебаться, если ей сообщат энергию и оставят в покое. Например, частота собственных колебаний человеческого тела составляет около 5 циклов в секунду. У всех колонн бурильных труб и насосных штанг есть частота собственных колебаний, которая зависит от свойств материалов и их геометрии. Свойства материалов определяют скорость волн, а геометрия определяет, как волны отражаются и преломляются.

В ходе распространения волна в конечном итоге достигает границы тела или среды. Некоторые волны отразятся назад по направлению к своему источнику. Если отражение достигнет источника в тот же момент, когда генерируется новая волна, то обе волны объединятся и синхронизируются по фазе. В дальнейшем, если отражения этих двух волн возвращаются к источнику в тот самый момент, когда генерируется следующая новая волна, то объединятся все три волны. Это будет продолжаться до тех пор, пока в данных условиях будет продолжаться генерация волн, а результирующая волна будет увеличиваться по амплитуде, теоретически до бесконечности. Это явление называется резонансом. Частота, на которой происходит резонанс, называется частотой собственных колебаний или целым кратным такой частоты (называемой гармоникой). Если такая волна продолжит усиливаться, произойдет либо саморазрушение, либо усталостное разрушение системы.

Непрерывная система обладает бесконечным количеством частот собственных колебаний, а у дискретной системы с одной степенью свободы (например, материальная точка на невесомой пружине) только одна частота собственных колебаний. Если соединить две материальные точки двумя пружинами, то у этой системы с двумя степенями свободы будет две частоты собственных колебаний.

¹ В совокупности независимость распространения линейных волн и возможность их суммирования в отечественной литературе получили название «принцип суперпозиции волн». — *Прим. ред.*

Как правило, количество степеней свободы в системе определяет количество имеющихся у нее частот собственных колебаний, а значит, у каждой дискретной системы конечное число частот собственных колебаний; при этом в действительности количество частот собственных колебаний бесконечно, потому что все системы являются непрерывными. У одних частот амплитуды выше, у других ниже. Такие непрерывные системы с дискретными откликами с повышенной амплитудой можно описывать по дискретной методике.

1.5.2. Затухание. Энергия резонанса не достигает бесконечных величин из-за сопротивления, рассеивания энергии с течением времени или с увеличением расстояния [7]. Если бы не было затухания или потерь на трение, энергия колебаний нарастала бы до тех пор, пока ее количество не превысило бы запаса прочности структуры, что привело бы к разрушению.

Распространение волн в системе придает структуре больше энергии, а затухание ее убавляет. Как правило, энергия, рассеиваемая при колебаниях, преобразуется в тепло, и если затухание не гасит энергию в системе, система может саморазрушаться от избытка энергии. О количестве энергии в системе на данный момент времени можно судить по напряженно-деформированному состоянию. Чем сильнее напряженно-деформированное состояние системы, тем выше ее энергетический уровень. Как только уровень напряжений превышает предел текучести системы, становится неминуемым разрушение, обусловленное текучестью. Если уровень напряжений превышает предел прочности материала, разрушение становится неизбежным.

В стволе скважины происходит затухание трех разных типов: вязкое, кулоновское и гистерезисное. Вязкое затухание происходит в том случае, когда сила сопротивления пропорциональна скорости движущегося тела. Кулоновское затухание (его еще называют затуханием за счет сухого трения) — это сила, которая генерируется движением одного материала относительно другого, и обычно она пропорциональна силе, направленной перпендикулярно поверхностям материалов. Динамические и статические коэффициенты трения являются константами. Гистерезисное затухание происходит за счет силы трения, которая генерируется относительным движением внутренних плоскостей материалов, в силу того, что волна вызывает движение частиц. Хотя такое затухание свойственно для всех материалов, некоторые материалы обладают вязкоупругостью (и в таких материалах гистерезисный эффект проявляется значительно).

Вязкое затухание. Как отмечено выше, вязкое затухание происходит в том случае, когда сила сопротивления пропорциональна скорости частиц. Вязкое сопротивление записывается следующим образом:

$$F_d = c \frac{dx}{dt}. \quad (1.31)$$

Одним из случаев возникновения вязкого затухания является взаимодействие твердого тела и жидкости на поверхности раздела: например, когда сталь соприкасается с жидким буровым раствором на стенках буровой колонны.

Один из способов определения затухания предусматривает отслеживание снижения ускорения в течение одного периода колебаний [8]. К буровой трубе прикладывается импульс, который создает волну. По мере затухания волны выполняются замеры ускорения, которые регистрируются несколько раз в одном и том же месте на колонне и в одной и той же фазе (то есть от гребня до гребня). Отмечается время между замерами. По этим значениям с помощью уравнения (1.32) рассчитывается коэффициент затухания c . К сожалению, этот метод дает общее затухание и не дает возможности провести различие между вязким и кулоновским затуханием:

$$c = 2 \frac{A_c E}{v_s 2t} \ln \frac{a_1}{a_2}. \quad (1.32)$$

Кулоновское затухание. Кулоновское затухание происходит за счет трения, которое возникает, когда две сухие поверхности скользят одна по другой, и сила трения является постоянной величиной, которая не зависит от скорости и смещения частиц, а зависит от коэффициента трения μ и от силы, направленной перпендикулярно поверхности трения. Эта величина определяется по формуле

$$F_f = \mu F_n. \quad (1.33)$$

Сила кулоновского сопротивления всегда имеет знак, противоположный знаку скорости частиц, поэтому сила сопротивления изменяет направление на противоположное при перемене знака скорости частиц. Такое нарушение непрерывности преобразует ее в нелинейную силу сопротивления, которую можно записать следующим образом:

$$F_f = \pm \left(\frac{dx}{dt} \right) \mu F_n. \quad (1.34)$$

Нелинейность затрудняет решение уравнения в аналитическом виде.

Гистерезисное затухание. Гистерезисное затухание называется также структурным затуханием, поскольку оно возникает от трения внутри структуры. Волна распространяется в веществе за счет реакции атомной структуры на приложенное воздействие. При движении атомов структуры, из-за взаимодействия их с другими атомами, расположенными по соседству, происходит потеря энергии. Гистерезисное затухание происходит за счет потери энергии при движении атомов относительно друг друга.

Если бы связь между напряжением и деформацией для вещества была линейной, гистерезисного затухания не происходило бы. На самом же деле не существует идеально линейной зависимости между деформацией и напряжением. При возникновении в материале напряжения и его снятии на диаграмме

зависимости деформаций от напряжений образуются две кривые. Область посредине между этими двумя кривыми характеризует количество энергии, потраченной на внутреннее трение (из-за возникающей петли гистерезиса и было дано название этому виду затухания). Эта величина может быть мала, но суммарное количество рассеянной энергии оказывается велико, поскольку при высокочастотных колебаниях петля гистерезиса повторяется многократно за некоторый период времени [9].

Величина гистерезисного затухания существенно зависит от ряда факторов. Одним фактором является состояние вещества (то есть химический состав, неоднородности и изменение свойств, обусловленное динамикой изменения температуры и напряжения). Еще одним фактором является внутреннее напряженное состояние, зависящее от начальной температуры и напряжения и от их изменения до рассматриваемого момента времени. Кроме того, на величину гистерезисного затухания влияет величина изменения напряжения и тип — осевое, сдвиговое и/или изгибное.

При анализе силы гистерезисного сопротивления можно задать его пропорционально скорости частиц, деленной на частоту волны, как показано в уравнении (1.35) [10]:

$$F_h = \frac{h}{\omega} \frac{dx}{dt}. \quad (1.35)$$

1.6. Эквивалентные пружины

Многие системы можно смоделировать в виде набора пружин. Такие пружины можно объединить в единую эквивалентную пружину (**рис. 1.7**). Если пружины параллельны, то сумма коэффициентов жесткости пружин равна коэффициенту жесткости эквивалентной пружины (уравнение (1.36)). Если же пружины расположены последовательно, обратная величина суммы обратных величин коэффициентов жесткости этих пружин равна коэффициенту жесткости эквивалентной пружины (уравнение (1.37)). Линейная пружина колеблется в одном поступательном направлении, крутильная же пружина колеблется с углом закручивания (уравнение (1.38)).

1.7. Граничные и начальные условия

Граничные условия (как закреплены концы системы) и начальные условия (состояние системы в начальный момент времени) чрезвычайно важны при анализе колебаний и распространения волн. Для каждого решения любого ОДУ или ДУЧП необходим набор граничных и/или начальных условий. Обычно указываются смещение от положения равновесия и начальная скорость.

При прохождении волн граничные условия будут также диктовать поведение волн. Например, волна сжатия будет отражаться от свободного конца как



Рис. 1.7. Эквивалентные пружины

волна растяжения, а от закрепленного конца — как волна сжатия. Если концы двух стержней, изготовленных из разных материалов и имеющих разную форму, соединены между собой, то часть энергии волны будет отражаться, а оставшаяся часть будет преломляться в месте соединения стержней. Другие типы границ влияют на отклик системы за счет ограничения степени свободы. К ним относятся следующие граничные условия: шарнирное, поворотное, поступательное; совместное поступательное и вращательное; вынуждающая функция; система масс, пружин и/или демпферов; полубесконечное соединение. Кроме того, изменения в свойствах материалов влияет на различие констант, и на границах между различными свойствами волны при своем распространении отражаются или преломляются. Некоторые типичные граничные условия приведены на рис. 1.8.

1.8. Механические колебания

Изучение механических колебаний включает в себя три этапа: задание геометрии системы, задание базовых уравнений, характеризующих свойства тел, и определение условий равновесия.

Задание геометрии системы определяет ограничения, накладываемые на смещения и соединения, а также предполагает свойство неразрывности, означаю-

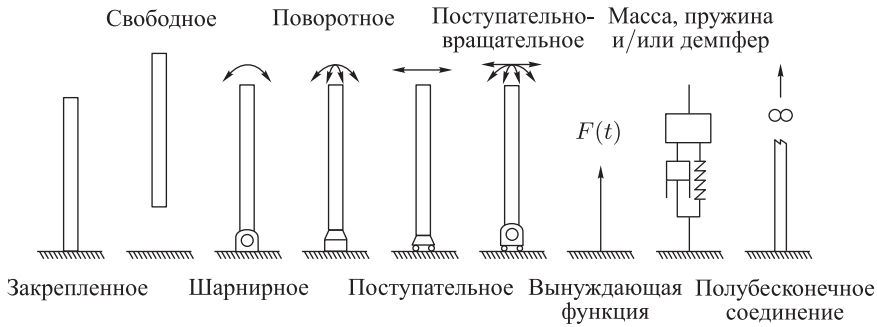


Рис. 1.8. Типы граничных условий

щее, что система не распадается на отдельные части. (В противном случае задача становится совершенно иной.) Базовые уравнения связывают свойства материалов, такие как масса, сопротивление и коэффициенты жесткости пружин. К этим уравнениям относятся зависимости деформаций от напряжения и закон Гука (уравнения (1.39а) и (1.39б)):

$$\sigma = E\varepsilon \quad (1.39a)$$

или, в другом виде,

$$F = \frac{EA_c}{L} \Delta l. \quad (1.39b)$$

Коэффициент перед величиной Δl в уравнении (1.39б) часто называют коэффициентом (постоянной) жесткости пружин.

Условие равновесия основано на статических и динамических условиях. Статическое равновесие означает, что сумма сил, действующих на тело, равна нулю:

$$\sum F = 0. \quad (1.40)$$

Динамическое равновесие основано на втором законе Ньютона и лежит в основе множества методов исследования колебаний. Сумма сил, действующих на тело, равна произведению его массы на ускорение. Другой подход к анализу динамического равновесия заключается в методах виртуальной работы и энергетического баланса (принцип Гамильтона).

Второй закон Ньютона для поступательного движения гласит

$$\sum F = m\ddot{x}, \quad (1.41)$$

а для вращения —

$$\sum T = I\ddot{\theta}. \quad (1.42)$$